الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2009

الشعبة: العلوم التجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (03.5 نقطة)

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_{n+2}=\frac{4}{3}u_{n+1}-\frac{1}{3}u_n$ و $u_1=2$ و $u_0=1$

المتتالية (v_n) معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=u_{n+1}-u_n$

1) أحسب v_0 و v_1.

2) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

3) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n: $S_n=v_0+v_1+\dots\dots+v_{n-1}$

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)+1$

جـ) بيّن أن (u_n) متقاربة.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

$P(Z)$ كثير حدود حيث: $P(Z)=(Z-1-i)(Z^2-2Z+4)$ و Z عدد مركب

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z)=0$.

2) نضع: $Z_1=1+i$ ؛ $Z_2=1-\sqrt{3}i$

أ) أكتب Z_1 و Z_2 على الشكل الأسي.

ب) أكتب $\frac{Z_1}{Z_2}$ على الشكل الجبري ثم الشكل الأسي.

جـ) استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

3) أ) n عدد طبيعي. عيّن قيم n بحيث يكون العدد $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^n$ حقيقيا.

ب) احسب قيمة العدد $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^{456}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر النقط : $A(1;0;2)$ ، $B(0;2;1)$ ، $C(2;1;3)$

1) (P) مستو معادلة له من الشكل $x-z+1=0$.

أ) بيّن أن المستوي (P) هو المستوي (ABC).

ب) ما طبيعة المثلث ABC.

2) أ) تحقّق من أن النقطة $D(2;3;4)$ لا تنتمي إلى (ABC).

ب) ما طبيعة $ABCD$.

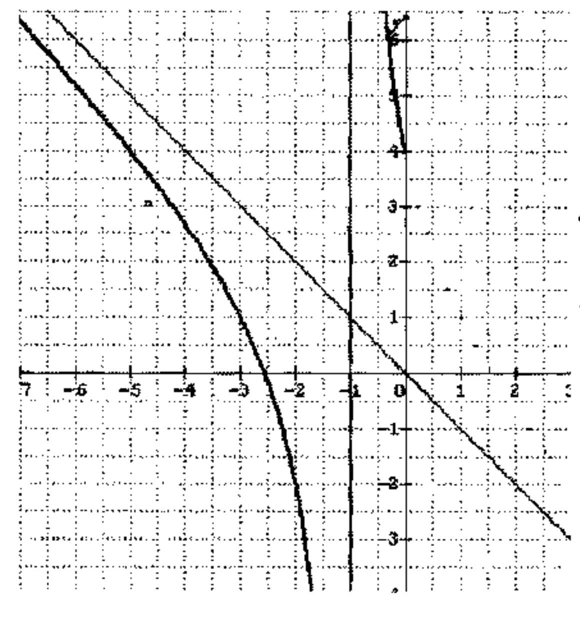
3) أ) أحسب المسافة بين D و المستوي (ABC).

ب) أحسب حجم $ABCD$.

التمرين الرابع: (07.5 نقطة)

I) f دالة معرّفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ: $f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$

(c_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس كما هو مبين في الشكل.



1) أ) أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I

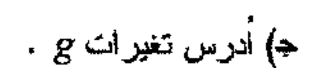
ب) بقراءة بيانية و دون دراسة اتجاه تغيرات f شكّل جدول تغيراتها.

2) g دالة معرفة المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x+\dfrac{4}{x+1}$

(c_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد تجانس.

أ) أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب) تحقق من أن (c_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلاً (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.


جـ) أدرس تغيرات g .

II) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي: $k(x)=|x|+\dfrac{4}{x+1}$

1) أ) أحسب $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ >}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ <}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ماذا تستنتج ؟

ب) أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

2) أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1)، (Δ_2) و (C_k).

4) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_k) و المستقيمات التي معادلاتها:

$x=-\dfrac{1}{2}$، $x=\dfrac{1}{2}$، $y=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ نعتبر النقط:

$A(2;3;-1)$ ؛ $B(1;-2;4)$ ؛ $C(3;0;-2)$ ؛ $D(1;-1;-2)$.

و ليكن (π) المستوي المعرف بمعادلته الديكارتية : $2x-y+2z+1=0$.

المطلوب: أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

1. النقط A، B، C في استقامية.
2. (ABD) مستوي معادلة ديكارتية له : $25x-6y-z-33=0$.
3. المستقيم (CD) عمودي على المستوي (π).
4. المسقط العمودي للنقطة B على (π) هو النقطة $H(1;1;-1)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2-2z+4=0$
2. نسمي z_1 ؛ z_2 حلي هذه المعادلة.

أ) أكتب العددين z_1 و z_2 على الشكل الأسي.

ب) A، B، C هي النقط من المستوي التي لواحقها على الترتيب:

$$z_A=1-i\sqrt{3} \quad ، \quad z_B=1+i\sqrt{3} \quad ؛ \quad z_C=\frac{1}{2}\left(5+i\sqrt{3}\right)$$

(i يرمز إلى العدد المركب الذي يحقق $i^2=-1$)

أحسب الأطوال AB ، AC، BC ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

جـ) جد الطويلة و عمدة للعدد المركب Z حيث : $Z=\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$.

د) أحسب Z^3 و Z^6 ثم استنتج أن Z^{3k} عدد حقيقي من أجل كل عدد طبيعي k.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية متزايدة تماما حدها الأول u_1 و أساسها q حيث: $\begin{cases}u_1+2u_2+u_3=32\\u_1\times u_2\times u_3=216\end{cases}$

1. أ) أحسب u_2 و الأساس q لهذه المتتالية و استنتج الحد الأول u_1.

ب) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .

جـ) أحسب S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$ بدلالة n ثم عين العدد الطبيعي n بحيث يكون: $S_n=728$

2. (v_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n كما يلي:

$$v_{n+1}=\frac{3}{2}v_n+u_n \quad \text{و} \quad v_1=2$$

أ) أحسب v_2 و v_3.

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $w_n=\frac{v_n}{u_n}-\frac{2}{3}$.

بين أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

جـ) أكتب w_n بدلالة n ثم استنتج v_n بدلالة n .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول:

h دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1. أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$: $h'(x)=\frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$

و استنتج اتجاه تغير الدالة h ثم أنجز جدول تغيراتها.

3. أحسب $h(0)$ و استنتج إشارة $h(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني: لتكن f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-1-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$.

نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أ) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ ثم فسر هذه النتيجة بيانيا .

ب) باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{e^t}{t}=+\infty$ ، برهن أن $\lim\limits_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$.

جـ) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

د) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

هـ) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل.

2. بين أنه من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $f'(x)=\frac{h(x)}{(x+1)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3. بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم ذو المعادلة $y=2$ عند نقطة فاصلتها محصورة بين 3,3 و3,4 .

4. أرسم (C_f).

5. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$y=x-1$ ؛ $x=0$ و $x=1$.